

# 転がり機械要素と機械構造用材料に対する P-S-N カーブと信頼性 — 新データ解析モデルの提案 —

清水 茂夫

## P-S-N Curve and Reliability between Rolling Contact Machine Elements and Mechanical Structural Materials

### — Proposal for New Data Analysis Model —

Shigeo SHIMIZU

*Department of Mechanical Engineering Informatics  
1-1-1 Higashimita, Tama-ku, Kawasaki-shi, Kanagawa-ken, 214-8571  
Received November 15, 2002; Accepted August 26, 2002*

**Synopsis:** A statistical analysis of the experimental results of conventional fatigue test for mechanical structural materials showing fatigue limit and those showing no fatigue limit, and of the life test results for rolling machine elements have been carried out. A new S-N/P-S-N (Probability-S-N) curve model using a new linear regression method and the Weibull distribution function with a fatigue limit as the forth parameter are proposed and various calculated results are closely examined. Essentially, the nature of fatigue life is similar in both structural materials and the materials for rolling machine elements. But in case of ductile materials the fatigue limit appears, whereas no fatigue limit appears for hardened bearing steels used for rolling machine elements. It can therefore be concluded that even though a minimum life appears in case of life distribution of rolling machine elements, the fatigue limit does not appear.

**Key words:** P-S-N curve, Fatigue limit, Minimum life, Weibull distribution, Log-normal distribution

#### 1. はじめに

転がり軸受をはじめとするボールガイドやボールブシュ等転がり機械要素における疲れはく離寿命の分布状態は、2パラメータワイブル分布ではなく、母集団はく離寿命に到達しないであろう位置パラメータとしての最小寿命 $\gamma$ を導入した3パラメータワイブル分布に良く適合する<sup>1,2,3)</sup>。一方、非金属を含めた構造用材料の疲労試験データはほとんど片対数紙にS-Nカーブとしてプロットされ、 $10^6$ から $10^7$ の応力繰返し数に対して暗黙裡に疲れ限度が存在するものとして漫然と結果を整理<sup>4)</sup>してきている。しかし、このような整理法は物理現象として不自然であるし、疲れ限度も表現できない。理由は、S-Nカーブに不連続点があるうえ、片対数紙における線形回帰は実験データに対する指数関数近似を行っているだけであるからである。そして、この種のデータを両対数紙にプロットすると、疲れ限度がない場合には実験データを線形回帰することができ、疲れ限度がある場合にはそれに漸近する非線形回帰ができるからである<sup>5)</sup>。

本論文では、最初にS-Nカーブと転がり軸受の歴史を

簡単に振り返ってみたい。そして、著者らによる高硬度に熱処理された疲れ限度が現われないボールガイド用材料S55Cxと文献調査<sup>6)</sup>による焼入れ、焼き戻された疲れ限度が現われるS45C材料に対する両振りねじり疲労試験結果に対して片対数紙ならびに両対数紙上でP-S-NカーブまたはS-Nカーブデータを整理した結果について、静的材料試験結果を含めて検討を加える。次いで、転がり機械要素の寿命分布状態が位置パラメータとしての最小寿命を導入した3パラメータワイブル分布に従うことおよび疲れ限度を導入するとどのような寿命分布状態ならびにP-S-N、すなわちP-F-L (Probability Force Life) カーブになるかについて検討を加えた結果を述べる。

#### 2. 歴史的背景

疲れ限度は、1850年代に鉄道用車軸における金属疲労現象を研究したWOEHLERによって提唱され、氏の業績をたたえてS-NカーブはWOEHLERカーブ<sup>7)</sup>とも呼ばれてきた。当時、試験機は1日わずか40,000回転に過ぎないものであった。もし、氏が現在のような疲労試験

機を使用したとしたら、疲れ限度は一桁上の  $10^7$  から  $10^8$  に存在するとしたかも知れない。

1939 年に WEIBULL は、引張り試験に対する材料強度のばらつきに統計理論を導入して、次の万能分布といわれるワイブル分布<sup>8)</sup>を提唱した。

$$\ln(1-F) = -\int_V \left( \frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_0} \right)^m dv \quad (1)$$

ここで、 $F$  はある体積  $V$  に分布する応力  $\sigma$  における破壊確率を表し、 $\sigma_u$  は母集団が破壊しないであろう最小の応力、 $\sigma_0$  は母集団の 63.2% が破壊するであろう特性値および  $m$  は材料で定まる指数値、すなわちワイブル勾配であるとした。

1945 年に MINER<sup>9)</sup> は、材料の疲労試験にも玉軸受の疲れ寿命解析に PALMGREN<sup>10)</sup> が用いた考え方を適用できるとして PALMGREN-MINER 式<sup>11,12)</sup>といわれる、次のような累積損傷モデル式を提唱した。

$$\sum_{i=1}^n \frac{N_i}{L_i} = UF = 1 \quad (2)$$

ここで、 $L_i$  と  $N_i$  はそれぞれ応力水準  $i$  における疲れ寿命と消費寿命を表す。

1947, 52 年に LUNDBERG-PALMGREN は、2 パラメータワイブル分布を転がり軸受の寿命分布に適用して今日も広く使用されている古典理論<sup>13,14)</sup>を確立した。すなわち、ある荷重をうけて運転中の転がり軸受に対して、 $S$  を内外輪軌道面各部の残存確率、 $N$  をその応力繰返し数、 $z_0$  をせん断応力振幅  $\tau_0$  の発生深さとし、ワイブル勾配  $e$  および指数値  $c, h$  は材料によって定まるとして

$$\ln \frac{1}{S} \propto \frac{N^e \tau_0^c V}{z_0^h} \quad (3)$$

さらに、10% の軸受が破損する確率における寿命値を  $L_{10}$ 、荷重  $F$  が基本動定格荷重  $C$  の軸受に作用したとき、荷重寿命指数が  $p$  で、転動体が玉の場合  $p=3$ 、ころの場合  $p=10/3$  として、寿命式は

$$L_{10} = \left( \frac{C}{F} \right)^p, 10^6 \text{ rev} \quad (4)$$

式(4)は破損確率が 10% の P-F-L カーブ、すなわち軸受荷重が軌道面 HERTZ 応力の  $n$  乗に比例すると考えると、構造用機械材料に対する P-S-N カーブと同義になる。

1962 年に TALLIAN は、実際の軸受寿命には 2 パラメータワイブルからズレル低破損域と高破損域があって、信頼度 100% における最小寿命<sup>15)</sup>の存在を明らかにし、 $n$  % 破損確率における信頼度係数  $a_1$  を式(5)で提案した。

$$a_1 = \frac{L_n}{L_{10}} \quad (5)$$

1980 年に清水、井澤は、ワイブル勾配  $m$  が材料ではなく、転動体の接触応力分布形状に依存すると考えた。そして、転がり機械要素の寿命分布は信頼度関数を  $R$ 、尺度パラメータを  $\eta$  として、母集団が破損しない最小寿命  $\gamma$  を導入した 3 パラメータワイブル分布、式(6)によく適合することを確認、寿命式(7)を提案<sup>16)</sup>した。

$$\ln \frac{1}{R} = \left( \frac{L - \gamma}{\eta} \right)^m \quad (6)$$

$$L_{10} - \gamma = \left( \frac{C}{F} \right)^p, \text{ URL (Unit Running Life)} \quad (7)$$

1985 年に IOANNIDES-HARRIS は、転がり軸受にも疲れ限度があるとして、疲れ限度を考慮した新寿命モデルをたて、次の残存確率  $S$  を用いた<sup>17)</sup>。

$$\ln \left( \frac{1}{S} \right) \approx \bar{A} N^e \int_{V_k} \frac{(T - T_f)^c}{z'^h} dV \quad (8)$$

ここで、 $T_f = 0$  のとき  $T = \tau_0$  となって式(8)は式(3)に合致する。また、2 パラメータワイブルが適用されているから、 $\eta_f$  を転がり軸受の疲れ限度荷重に対応するパラメータとすれば、信頼度関数は次式になる。

$$\ln \frac{1}{R} = \left( \frac{L}{\eta - \eta_f} \right)^m \quad (9)$$

2000 年に ISO は、疲れ限度に対応する転がり軸受の寿命修正係数  $a_{XYZ}$ <sup>18)</sup>を受け入れた。

以上が転がり機械要素の寿命理論に関連した大略の流れであるが、図 1 に SKF 社のカタログ<sup>19)</sup>から疲れ限度荷重を引用してこのような複雑化した寿命理論に対する著者なりの解釈を示す。これより、軸受荷重  $F$  が疲れ限度荷重  $F_f$  より大きい場合、すなわち図中ハッチングで示した三角形内の  $F/C > \alpha = F_f/C$  の場合、 $L_{10}$  までの寿命は従来の信頼度係数で修正し、 $F/C < \alpha$  の領域は無窮寿命になると解釈できる。

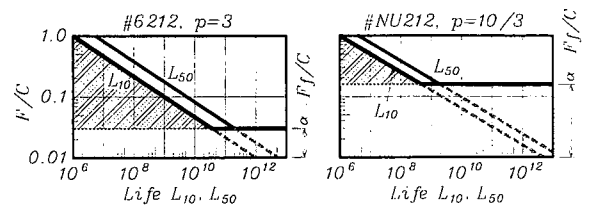


Fig.1  $F/C$  vs. Life  $L_{10}, L_{50}$  and fatigue limit  $\alpha$

前述のように、このような折れ線による疲れ限度の表現法はやはり物理現象として不自然である。また、寿命

分布を2パラメータワイブルで一旦回帰し、 $n\%$ 破損確率領域において信頼度係数を適用して寿命修正することは、疲れ限度の表現と同様に寿命分布現象として不自然と考えられる。なお、参考までにこのような $\alpha = F_p/C$ のカタログ採用値は深溝玉軸受で $\alpha = 0.02 \sim 0.04$ 、円筒ころ軸受で $\alpha = 0.11 \sim 0.16$ 程度である。

### 3. P-S-NカーブとP-F-Lカーブの関係

#### 3.1 応力水準に基づいた寿命式

周知のように現在の高速、高性能化した機械ではWOEHLER以来の古典的S-Nカーブではなく、信頼性と耐久性を予測できるP-S-Nカーブが要求される。従来、転がり機械要素の寿命は $10^6$ 以上のオーダーで、構造用材料の疲労は $10^7$ 以下のオーダーで議論され、P-F-LとP-S-Nカーブはディペンデントであるにもかかわらず、それぞれインディペンデントであると考えられてきた。

式(6)における荷重 $F$ 、軸受内転動体荷重 $Q$ 、HERTZ応力 $\sigma_{max}$ および最大せん断応力振幅 $\tau_0$ の関係は

$$F \propto Q, Q \propto \sigma_{max}^n, \sigma_{max} \propto \tau_0 \quad (10)$$

ここで、点接触(玉軸受)に対して $n=3$ 、線接触(円筒ころ軸受)に対して $n=2$ 。また、線形回帰寿命 $L_{10}-\gamma$ と接触部の総応力繰返し数 $N_{10}$ は、最小応力繰返し数を $\gamma_N$ として

$$L_{10}-\gamma \propto N_{10}-\gamma_N$$

したがって、次の関係式が成立する。

$$L_{10}-\gamma = \left(\frac{F}{C}\right)^{-p} \quad (11)$$

$$N_{10}-\gamma_N \propto \tau_0^{-np} \quad (12)$$

式(11)(12)は、3パラメータワイブル分布で疲れ限度のないP-F-LおよびP-S-Nカーブの関係を与える。転がり機械要素に対するワイブル勾配や指数値 $np$ の関係を一括して表1に示す。なお、(\*\*)の数値は位置パラメータ $\gamma$ を導入したときの清水による試算値を示す<sup>20)</sup>。これより、応力寿命指数は、 $np=7 \sim 9$ の範囲にあって、S-Nカーブの傾きを表すので、転動体形状に依存しない一定値といえそうである。

Table 1 Relation between exponents. (\*\*) = Referred by Shimizu<sup>20)</sup>

Rolling body	$m$	$p$	$n$	$np$
Ball	10/9	3 (8/3)	3	9 (8)
	3/2	3 (8/3)	3	9 (8)
Roller	9/8	4 (10/3)	2	8 (20/3)
	(27/20)	10/3	2 (2.4)	(20/3) (8)

#### 3.2 両振りねじり疲労試験から得られるP-S-N/S-Nカーブ

図2, 3は、ボールガイドレール用材料S55Cx, HRC60~64に対する両振りねじり疲労試験を実施し、実験結果にそれぞれ対数正規分布と3パラメータワイブル分布を適合させ、P-S-Nカーブを求めた例を示す。これらより、いずれの応力水準に対しても試料の寿命分布状態は両統計分布関数によく適合し、その結果から得られたP-S-Nカーブはいずれの破損確率に対してもよく適合していることがわかる。

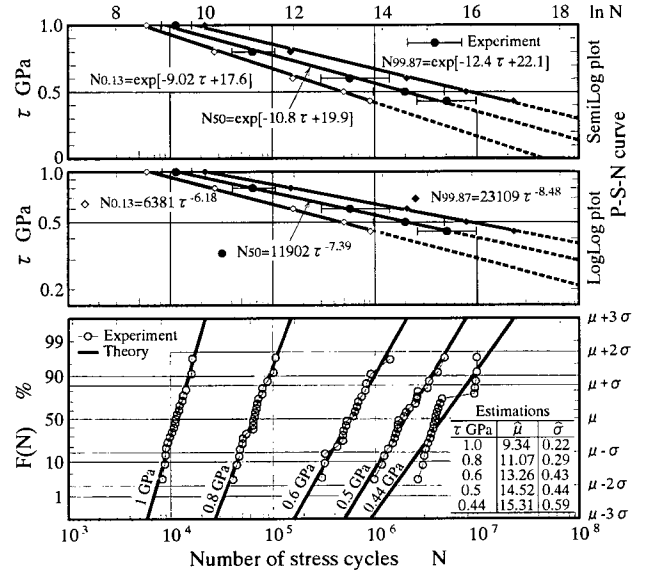


Fig.2 Lognormal plot for alternating torsion fatigue test

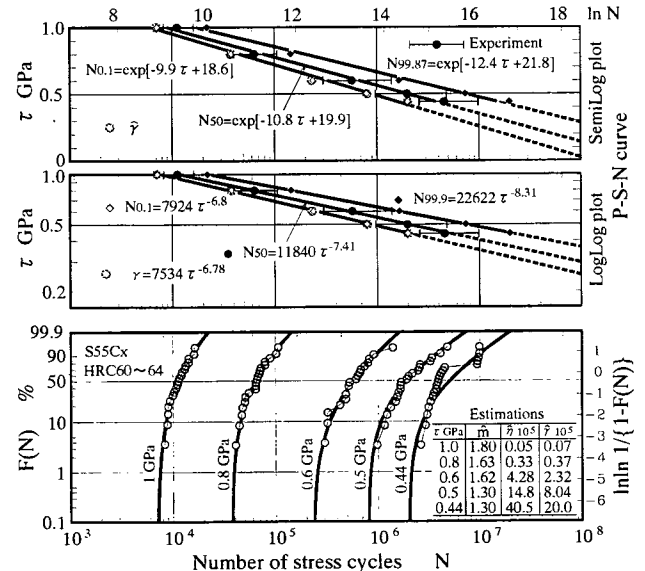


Fig.3 Weibull plot for alternating torsion fatigue test

しかし、従来法にもとづいた片対数プロットは図2, 3ともに曲線化傾向が見られ、両対数紙にプロットした結果は回帰直線上に落ちていることがわかる。したがって、両対数紙上で線形化するデータは、片対数紙上では

非線形化し、本実験より疲れ限度はない、すなわち  $\tau_f = 0$  といえそうである。また、本実験の両対数紙上の回帰は、いずれの破損確率でも式(13)で表すことができる。

$$N = B(\tau - \tau_f)^{-A}, \quad \tau_f = 0 \quad (13)$$

ここで、指数  $A$  は疲れ感度、係数  $B$  は疲れ強度を表すパラメータと考えることができる。

また、図 2, 3 の各分布と各破損確率%における片対数および両対数モデルに対する最小 2 乗法回帰式を表 2 に示す。なお、参考までに  $\tau = 0.22 \text{ GPa}$  における実験では、2 本の試料中 1 本は  $1.5 \times 10^8$  回の繰返し数(約 3 ヶ月)で破損した。

Table 2 Regressions for S55Cx specimens from alternating torsion test

Lognormal distribution	Weibull distribution
$N_{0.13} = \exp[-9.02\tau + 17.6]$	$N_{0.1} = \exp[-9.9\tau + 18.6]$
$N_{50} = \exp[-10.8\tau + 19.9]$	$N_{50} = \exp[-10.8\tau + 19.9]$
$N_{99.87} = \exp[-12.4\tau + 22.1]$	$N_{99.87} = \exp[-12.4\tau + 21.8]$
$N_{0.13} = 6381\tau^{-6.18}$	$N_{0.1} = 7924\tau^{-6.8}$
$N_{50} = 11902\tau^{-7.39}$	$N_{50} = 11840\tau^{-7.41}$
$N_{99.87} = 23109\tau^{-8.49}$	$N_{99.9} = 22622\tau^{-8.31}$

次に、静的なねじりおよび引張試験データを図 4 に示す。これより、比例限度  $\tau_p$  と極限強さ  $\tau_u$  および  $\sigma_u$  はそれぞれ次の正規分布をしていることがわかる。

$$\tau_p = N(0.72, 0.01^2), \tau_u = N(2.26, 0.05^2), \text{ GPa}$$

$$\sigma_u = N(3.2, 0.215^2), \text{ GPa}$$

そして、比例限度は極限強さの約 1/3、 $\tau_p = \tau_u/3$  およびせん断応力の極限強さは引張応力の 2/3、 $\tau_u = 2\sigma_u/3$  に等しいことがわかる。

また、破断試料の写真を図 5 に示す。これより、静的なねじり試験では試料は軸に直角にねじり切れており、両振りねじり疲労試験では試料は軸と 45 度方向に共役引張応力  $\sigma = \tau$  で破損していることがわかる。

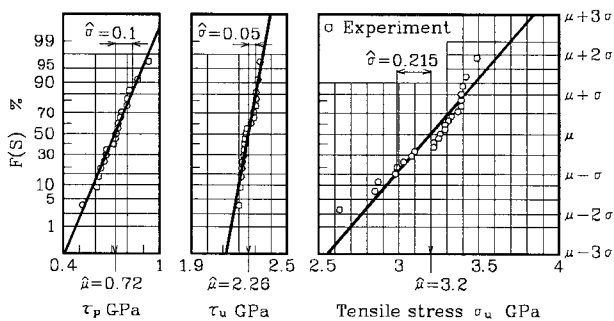
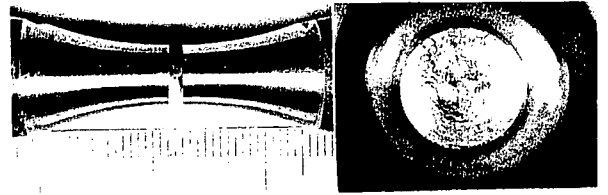
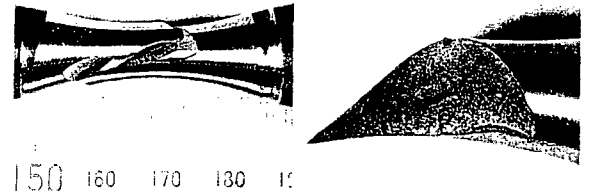


Fig.4 Dispersion of mechanical properties for specimens



(a) Torsion failure



(b) Fatigue failure

Fig. 5 Failure mode of test specimens

次に、文献調査データ<sup>6)</sup>を図 2, 3 と同様に整理した結果を図 6 に示す。このデータは、わが国を代表する研究機関による膨大な金属疲労のデータバンクから選択したわずか 3 例に過ぎない。この業績はきわめて偉大であるが、残念なことにデータは片対数にプロットされたもののみで、回帰式も、各応力水準における寿命分布も求められていない。転がり軸受と研究分野が違いため、データ収集、整理法が異なったものと思われる。しかし、応力水準は 8~9 ステップあり、中途打ち切り数各 4、サンプルサイズが 1 または 2 のロットを 2 または 3 応力水準で含んでいるが、この結果を著者の方法で整理し直すと、図中に示した回帰結果を得る。片対数と両対数モデルの線形回帰式は、それぞれ次式である。

$$\text{片対数: } N = \exp[A\tau + B]$$

$$\text{両対数: } N = B\tau^{-A}$$

そして、片対数モデルでは  $\tau$  が零のとき  $N = \exp[B]$  と有限値を取り、両対数モデルでは  $\tau$  の指数値が  $A = 22.9, 37.3, 28.7$  ときわめて大きい値で、 $\tau$  に対してあまりにも敏感過ぎる。それ故、いずれも物理現象上不自然である。しかし、いずれの焼戻し温度でも疲れ限度があるとした両対数回帰モデルはこのような矛盾が生じない。その結果、熱処理硬度が低い構造用材料では回帰式(13)で示した疲れ限度 ( $\tau_f = 0.25, 0.22, 0.19 \text{ GPa}$ ) が存在し、

図 2, 3 に示したような熱処理硬度が高い転がり機械要素用材料では疲れ限度が存在しないといえる。

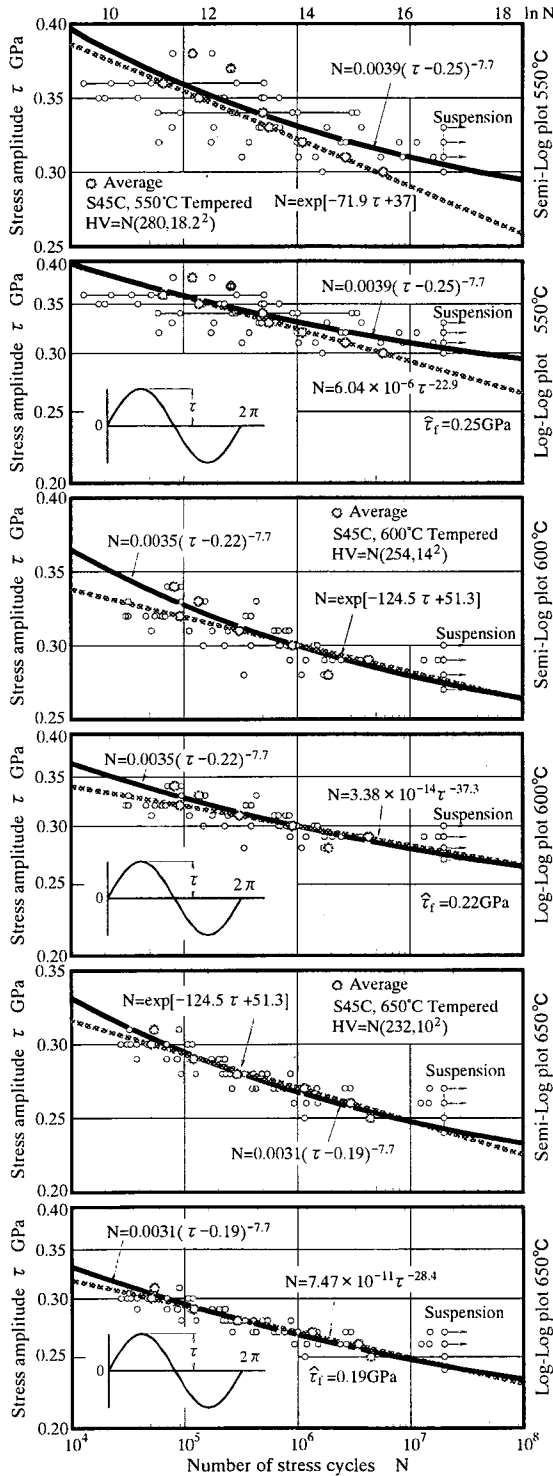


Fig. 6 S-N curves for quenched and tempered S45C steel

以上、構造用材料に関する疲労試験は 4 例しか示せなかったが、両対数プロットのメジアンと平均寿命で考えると、図 2, 3 および図 6 はそれぞれ線形化後の勾配  $A$ 、すなわち疲れ感度指数が  $A=7.4$  と  $7.7$  でほぼ等しく、表

1 に示した転がり機械要素の両振りせん断応力振幅の指数値  $np = 7 \sim 9$  にきわめて近い。したがって、 $A \approx np$  と結論できそうであり、両者で異なるのは疲れ感度係数  $B$  であり、両振りねじり S-N 試験と転がり疲れ F-L 試験の P-S-N カーブと P-F-L カーブの間の本質的違いはないと考えることができる。

図 6 における線形回帰および非線形回帰結果を表 3 に一括して示す。

Table 3 Regressions for S45C specimens from alternating torsion test<sup>[12]</sup>

Semi Log	Log Log
$N = \exp[-124.5\tau + 51.3]$	$N = 3.38 \times 10^{-14} \tau^{-37.3}$
$N = 10^7, \tau_f = 0.28 \text{ GPa}$	$N = 10^7, \tau_f = 0.28 \text{ GPa}$
	$N = 0.0035(\tau - 0.22)^{-7.7}$
	$N = \infty, \tau_f = 0.22 \text{ GPa}$

#### 4. 疲れ限度を導入した寿命モデル

式(6)におけるパラメータの物理的意義は、今日まで  $m$  は材料の強さを表す<sup>8,13)</sup>とされているが、著者らは  $m$  が疲れ寿命分布の形状を表す一定値と考えた<sup>3)</sup>。すなわち、 $m$  は接触点の応力分布状態に起因する疲れ感度を表し、 $\eta$  は疲れ強さを表すパラメータ、すなわち軸受の強さと軸受がうける外部荷重に依存すると考えてきた。式(6)より、 $R=0.9$  のとき、寿命  $L$  は定格寿命  $L_{10}$  となり、尺度パラメータ  $\eta$  は、式(6)(7)の関係を用いると、次式で表すことができる。

$$\eta = \left( \frac{C}{F} \right)^p \left( \ln \frac{1}{0.9} \right)^{-1/m} \quad (14)$$

もし、疲れ限度荷重  $F_f$  がある場合、式(7)(14)の  $F$  を  $F - F_f$  に置き換え、 $F_f$  に対応する新たな尺度パラメータとして  $\eta - \eta_f$  を導入すると、式(15)および任意の信頼度における寿命式は式(16)になる。

$$\eta - \eta_f = \left( \frac{F}{C} - \alpha \right)^{-p} \left( \ln \frac{1}{0.9} \right)^{-1/m} \quad (15)$$

$$L - \gamma = \left( \frac{F}{C} - \alpha \right)^{-p} \left( \frac{\ln R}{\ln 0.9} \right)^{1/m}, \quad \alpha = \frac{F_f}{C} \quad (16)$$

この場合、信頼度関数は式(6)(9)をドッキングした

$$\ln \frac{1}{R} = \left( \frac{L - \gamma}{\eta - \eta_f} \right)^m \quad (17)$$

となる。また、式(16)より P-F-L カーブ式を求めて両辺の対数をとると、それぞれ式(18)(19)を得る。

$$\frac{F}{C} - \alpha = (L - \gamma)^{-1/p} \left( \frac{\ln R}{\ln 0.9} \right)^{1/w}, \quad w = mp \quad (18)$$

$$\ln\left(\frac{F}{C}-\alpha\right) = -\frac{1}{p}\ln(L-\gamma) + \frac{1}{w}\ln\left(\frac{\ln R}{\ln 0.9}\right) \quad (19)$$

式(19)は両対数紙にデータをプロットすると、 $\alpha$ と $\gamma$ の存在より線形回帰後の勾配が $-1/p$ の非線形になる。換言すると、作用荷重から疲れ限度を、寿命値から最小寿命をそれぞれマイナスすると線形化するのである。

一方、転がり機械要素の寿命試験では外部荷重 $F$ が大きいとデータのばらつき範囲が小さくなり、2パラメータワイブルによる $m$ の推定は過大( $m$ は $F$ の関数的挙動をする)になる傾向がある。このことは、図2, 3の寿命分布でせん断応力振幅が減少すると寿命分布も $\ln L$ 軸上で増大しているのと同じ現象になる。軸受荷重 $F$ は基本静定格荷重 $C_0$ を超えないとすべきであろうが、このような事実があるため従来の寿命式では寿命予測をする際に便宜上 $F/C < 1/2$ と荷重条件に制限を付けている。

しかし、ワイブル勾配を $m=10/9$ 等に標準化した3パラメータワイブル分布の適用は、寿命分布に対する矛盾を解除するだけでなく、このような制限も解除することができる。そこで、 $\gamma$ に対して $a$ =疲れ感度指数、 $b$ =疲れ強度を表すパラメータとして、モデル式(20)を考えて式(18)に適用すると、P-F-Lカーブ式(21)を得る。

$$\gamma = b\left(\frac{F}{C} - \alpha\right)^{-a} \quad (20)$$

$$\frac{F}{C} - \alpha = \left[ L - b\left(\frac{F}{C} - \alpha\right)^{-a} \right]^{-1/p} \left( \frac{\ln R}{\ln 0.9} \right)^{1/w} \quad (21)$$

## 5. 転がり機械要素の寿命分布

転がり軸受の寿命分布について、ワイブル解析の専門家である ABERNETHY<sup>21)</sup>は“軸受は瞬間的にスポーリングを生起しない。損傷を生み出すには多くの回転数を要する。寿命分布に対するよりよい理論適合は2パラメータワイブル分布ではなく、3パラメータワイブル分布であるが、変なことに軸受専門家は過去から今日までずっと2パラメータワイブルを用いてきている”と寿命分布例を示しながら痛烈に指摘している。転がり機械要素の寿命分布状態が2パラメータワイブル分布でも、対数正規分布でもないことを著者らのデータ他でまず示したい。

図7は、サンプルサイズ $N = 46$ 、ラジアル荷重 $F = 2.6\text{kN}$ 、ストローク $73.7\text{mm}$ 、玉径 $3.175\text{mm}$ 、呼び軸径 $20\text{mm}$ 、ピストンクランク機構回転数 $540\text{rpm}$ 、潤滑剤#120マシン油を $100\text{cc/min}$ 供給したSUJ2製ボールスプラインの寿命試験データ<sup>22)</sup>を新たに整理し直した結果を示す。

図8は、SKF社による深溝玉軸受、 $N = 500$ に対するSnareの寿命試験データを示し、図9は同一型番で実施した世界で最も大きいサンプルサイズ $N = 719$ に対する

岡本、吉岡らの深溝玉軸受寿命試験データに対する調査結果<sup>23, 24)</sup>を示す。

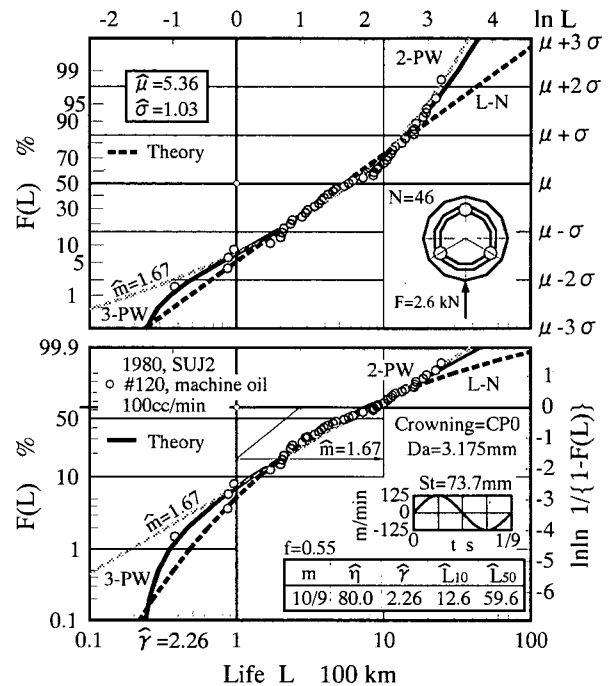


Fig.7 Weibull/Lognormal plot for ball spline life test data

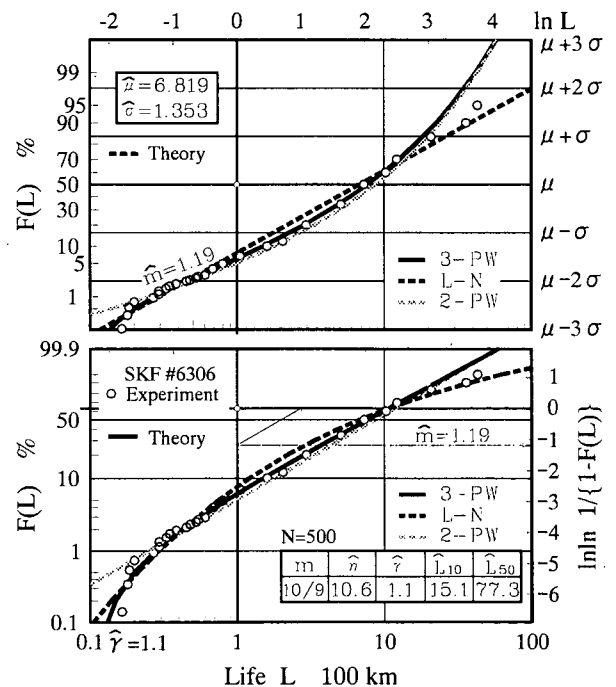


Fig.8 Weibull/Lognormal plot for Snare's life test data

また、図10は著者らによる最近の直動ボールガイドシステム(LMBG)に対する寿命試験データの1例を示す。試験機<sup>2)</sup>は省略するが、材料はレールがS55Cx(C0.55%)で、キャリッジは浸炭鋼で硬度はHRC > 60である。潤

滑剤はタービンオイル VG68を用い、連続給油 80cc/min が 42 セットおよびオイルフォグ潤滑で 2.15cc/h, 5.76cc/h がそれぞれ7セットと5セット、試料総数  $N = 54$  セットの全試料をはく離破損させたデータである。

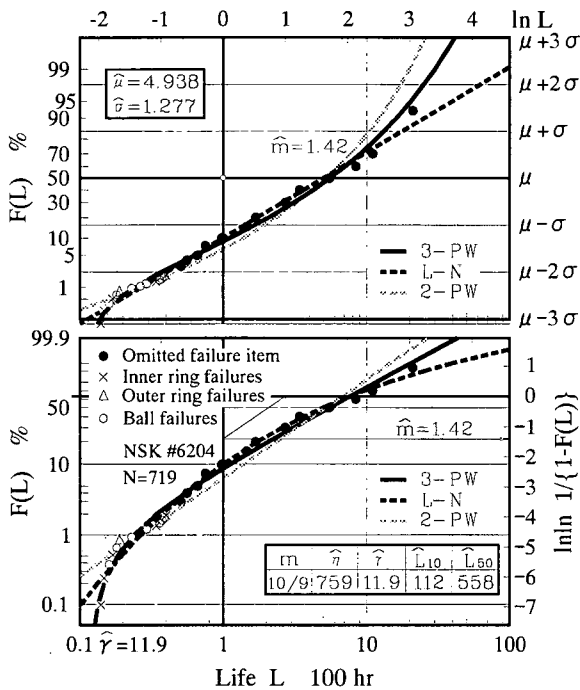


Fig.9 Weibull/Lognormal plot for life test data of deep groove ball bearings by Okamoto, Yosioka et al.

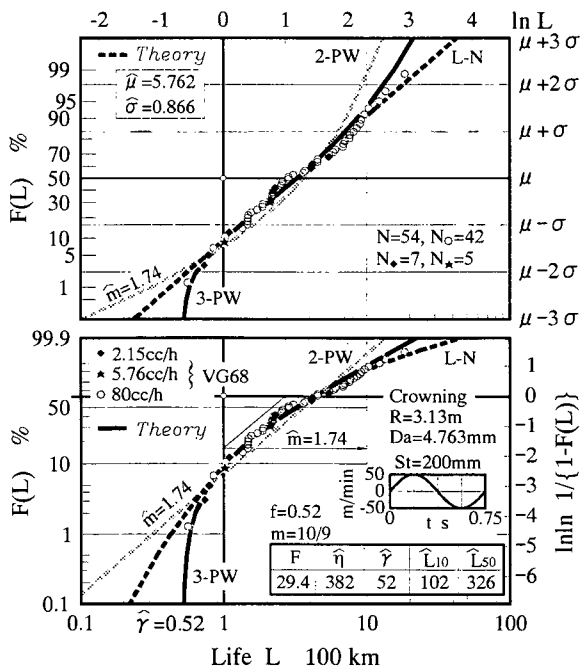


Fig.10 Weibull/Lognormal plot for LMBG system life test data

以上4例の実験結果に対する理論適合は2パラメータワイブル(2-PW), 3パラメータワイブル(3-PW)および対数正規分布(L-N)で表して各パラメータを推定し, それぞれに対して各確率紙に相互に回帰結果を示した。これ

らより, 2-PWのワイブル勾配推定値は  $m = 1.67, 1.19, 1.42, 1.74$  であり, 転がり軸受規格等で定められているような転動体が玉で点接触をする転がり機械要素に対する  $m = 10/9$  よりかなり大きく, 推定値もばらつく。

材料静浄度が向上すると強度も高まり,  $m$  も増大するという従来の材料依存説はもっともらしいが, 2-PW が実験データに適合するならば, 対数確率紙上でも実験データに適合するはずである。しかし, 2-PW は対数確率紙上で放物線状の非線形になり, いずれの確率紙でも3つの確率分布関数の中で最も実験データに適合していない。また, 対数確率紙で線形化するL-Nは, ワイブル確率紙上では3-PWよりゆるやかな非線形になっていて,  $F(L) < 5\%$  領域において両確率紙からわかるように実験値に対して寿命値の減少する側にずれ込む。一方, 3-PW は対数確率紙で逆S形状になり, 最小寿命と最大寿命を示すかに見え, いずれの確率紙上でもほぼ全破損領域において理論回帰がより実験値に適合していることがわかる。また, 低破損領域における寿命分布の適合傾向は, 図7から図10に示すように一般に試料数が増大するほどより顕著に現われる。したがって, 転がり機械要素の寿命分布は  $m$  が著しくばらつく2パラメータワイブル分布をモデル適合させることはできない<sup>20, 21)</sup> といえ, さらに対数正規分布よりもパラメータの物理的意義が明確で, 解析における易算性もよいはく離寿命に対する競合型モデルである3パラメータワイブル分布が, 転がり機械要素の寿命解析に最も適しているといえる。

## 6. 計算結果と検討

式(20)で示す最小寿命  $\gamma$  が, どのような値を取るか十分な実験データの蓄積がないので現在では不明であるが, 我々の寿命試験は  $F/C = 1$  近傍のものがかなり多い。そして, 定格寿命から  $\gamma$  をマイナスしたものは  $L_{10} - \gamma \approx 1$  になることが多い。そこで,  $F/C = 1$  で  $\gamma/L_{10} = 1$  とおいて, 式(21)を用い, 種々のパラメータについて理論計算した結果を以下に示す。

まず, 図11はボールガイドのように点接触をする転がり機械要素における種々のパラメータに対する寿命分布モデルを示す。図中, 直線は  $L - \gamma$  で回帰した  $m = 10/9$  線を示す。これより,  $\alpha = 0, a = 3, b = 1$  の分布はいずれの  $F/C$  に対しても  $F/C = 1$  の分布を平行移動した  $\ln L$  軸上でばらつきが一定の分布を示す。また,  $\alpha = 0, a = 2, b = 1$  の分布は, 外部荷重の減少に伴い  $\ln L$  軸上で寿命値のばらつきが増大することがわかり, さらに破線で示した疲れ限度が存在する  $\alpha = 0.1, a = 2, b = 1$  の分布は, ワイブル確率紙で  $\alpha = 0$  の分布関数を寿命値が増大する側にほぼ平行移動したものになることがわかる。

図12は図10に対応する  $F/C$  と  $L$  の関係でP-F-Lカーブを求めた結果を示す。図中,  $L_{10} - \gamma$  ( $L_{10} LR$ )等は破損

確率 10%の線形回帰を意味する。また、 $L_{50}$ ,  $L_{90}$ 等の線形回帰は省略した。これより、 $\alpha=0$ ,  $a=p=3$ の場合、 $L_{10}$ 寿命をそれぞれの信頼度に対して平行移動した直線になり、 $\ln L$ 軸でのばらつきはいずれの  $F/C$ でも一定になる。また、 $\alpha=0$ ,  $a=2$ ,  $b=1$ および  $\alpha=0.1$ ,  $a=2$ ,  $b=1$ の分布では、P-F-Lカーブに対する非線形性に対する影響は  $\gamma$ より  $\alpha$ が著しく大きいことがわかる。そして、 $\alpha=0.1$ のデータに対する線形回帰は  $F/C$ 軸に対して  $\alpha$ マイナスして、さらに  $L$ 軸に対して  $\gamma$ だけマイナスしなければ得られないことも明らかである。

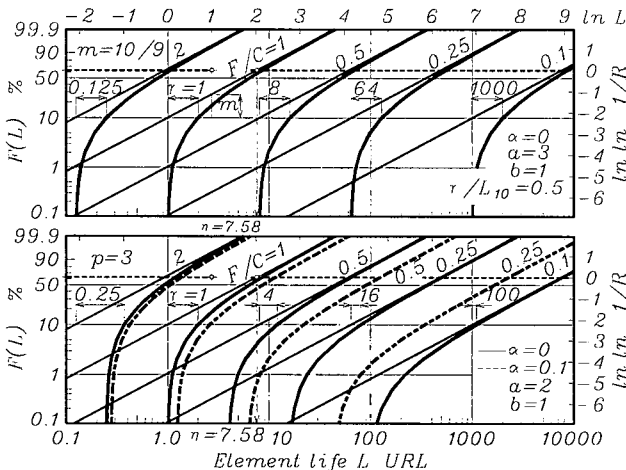


Fig.11 Weibull plot for Rolling Machine Element Model

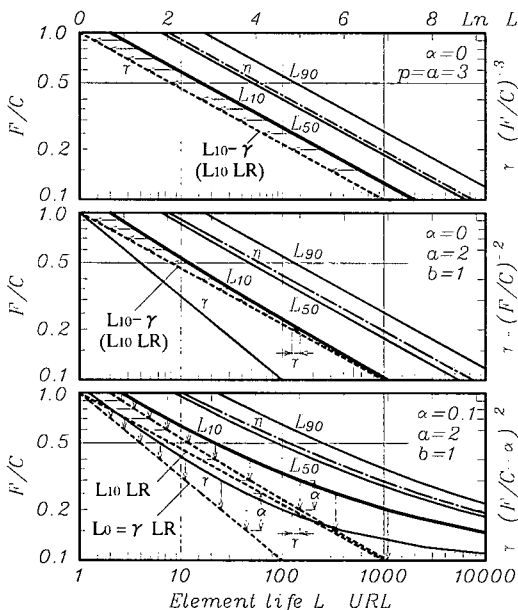
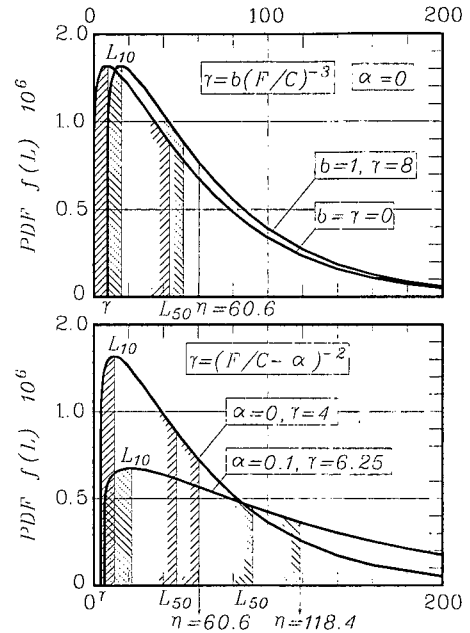


Fig.12 F/C vs. element life L (P-F-L curve)

また、 $a=3$ と $a=2$ に対する種々のパラメータ時の確率密度関数、PDFを求めた結果を図13に示す。これより、最小寿命  $\gamma$ の存在はPDFを寿命値が増大する側に  $\gamma$ だけ平行移動したもので、一方、疲れ限度  $\alpha$ の存在はPDFの尺度を著しく変化させることがわかる。


 Fig.13 Example of PDF at  $F/C=0.5$ 

次に、 $a=1$ ,  $\gamma=(F/C-\alpha)^{-1}$ の場合ならびに  $\gamma$ と  $\alpha$ の影響が小さい  $a=0.1$ ,  $\gamma=(F/C-\alpha)^{-0.1}$ ,  $\alpha=0.03$ の場合における寿命分布とP-F-Lカーブを図14, 15に示す。これらより、 $\gamma$ の存在は確率紙上で累積分布関数  $F(L)$ を非線形にするが、P-F-Lカーブに対してはそれほど非線形にしないことがわかる。他方、 $\alpha$ の存在は確率紙上で  $F(L)$ を非線形にしないが、 $\alpha=0.03$ とかなり小さい存在であってもP-F-Lカーブを著しく非線形にすることがわかる。この結果は、疲れ限度があるとワイブル確率紙上ではその存在を確かめることができないことを示していて、P-F-Lカーブが非線形になるかどうかで疲れ限度の存在が確かめられることを示しているのである。なお、 $\gamma=0$ とした2パラメータワイブル分布の式(9)は、ワイブル確率紙上で分布関数  $F(L)$ を寿命値が増大する側に  $\alpha$ に対応する寿命値  $\eta_f$ だけ平行移動したものになることも容易に理解できる。

以上から、疲れ限度荷重に対応する  $\alpha=F/C$ の存在は、P-F-Lカーブのみならず、ワイブル確率紙上における寿命値の増大をもたらすため信頼度係数にも影響を及ぼしていることになる。したがって、著者はボールガイド用材料の5ロット～100セットの両振り疲労試験データ図2, 3に疲れ限度が現われていないこと、またLUNDBERG-PALMGRENらの荷重寿命指数  $p$ を定めた軸受荷重とメジアン寿命との実験データに非線形性が認められないことから  $\alpha$ は存在しないと考える。

このような考えに基づいて、 $\alpha=0$ で  $\gamma$ が存在する場合の信頼度係数を式(22)に示す。また、1例として図16は式(20)で  $\alpha=0$ ,  $a=b=1$ , すなわち  $\gamma=C/F$ の場合における信頼度係数と信頼度  $R$ および不信度  $n$ の関



係を示す。また、図中左上方に  $F/C$  と最小寿命  $\gamma$  に対応する信頼度係数  $a_{1(n=0)}$  を示した。式(22)と図 15 より、信頼度係数は  $R = 1 : n = 0$  から  $R = 0 : n = 100$  まで全破損領域で不連続点が生じないことがわかる。

$$a_1 = \frac{L_n}{L_{10}} = \frac{\left(\frac{C}{F}\right)^p \left(\frac{\ln R}{\ln 0.9}\right)^{1/m} + \gamma}{\left(\frac{C}{F}\right)^p + \gamma} \quad (22)$$

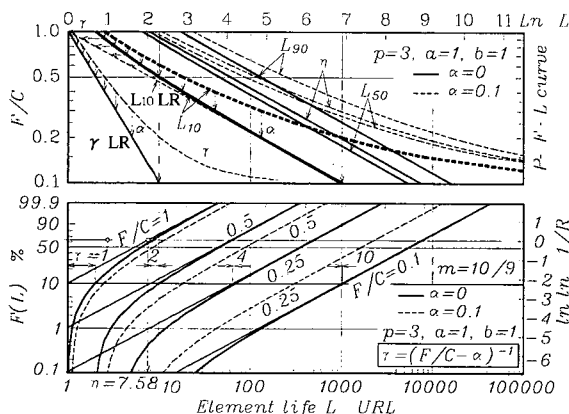


Fig.14 Weibull plot and P-F-L curve model for  $a = 1$

## 6. まとめ

疲れ限度を示す場合と疲れ限度を示さない場合の機械材料および転がり機械要素の寿命試験結果を統計分析し、従来の S-N 試験整理法に検討を加え、新しい P-S-N/S-N カーブ式および第 4 のパラメータとして疲れ限度を導入したワイブル分布関数を提案して詳細に検討を加えた。

結果の要約は以下のようになる。

- (1) 新しい P-S-N/S-N カーブのモデル化と物理現象ならびに両振りねじり疲労試験結果より、S-N 試験は両対数紙上にプロットしないと表現できないこと、疲れ限度を示さない材料は線形で表現され、疲れ限度を示す材料は疲れ限度に漸近する曲線で表現されることがわかった。
- (2) 熱処理硬度の高い転がり機械要素用材料では疲れ限度を示さないが、熱処理硬度の低い構造用材料では疲れ限度を示すことがわかった。
- (3) 転がり機械要素の寿命式を応力の関数で考えたとき、P-S-N カーブそのものになり、そのときのせん断応力振幅の指数、すなわち疲れ感度指数は両振りねじり疲労試験の場合とほぼ等しくなることを確かめた。
- (4) P-F-L カーブは、荷重寿命指数  $p$  と最小寿命  $\gamma$  に対する疲れ感度指数  $a$  が  $p = a$  の場合には線形で任意の信頼度における寿命は、 $L_{10}$  線を平行移動した直線で表現されるが、その他の場合には非線形になる。
- (5) 最小寿命がある場合、 $\gamma = 0$  の 2 パラメータワイブル分布の確率密度関数を寿命値の増大する側に平行移動したものになり、ワイブル確率紙上でのプロットを

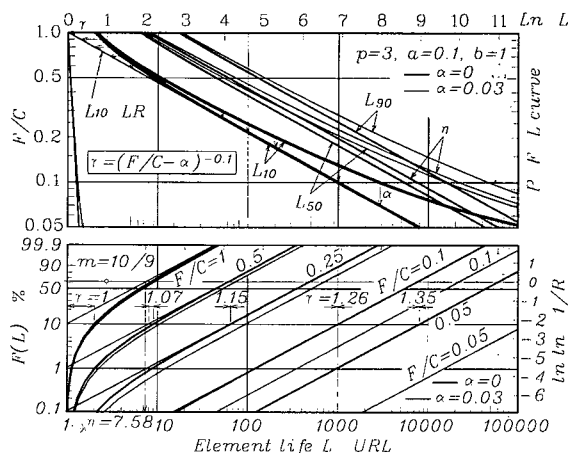


Fig.15 Weibull plot and P-F-L curve model for small  $\alpha$

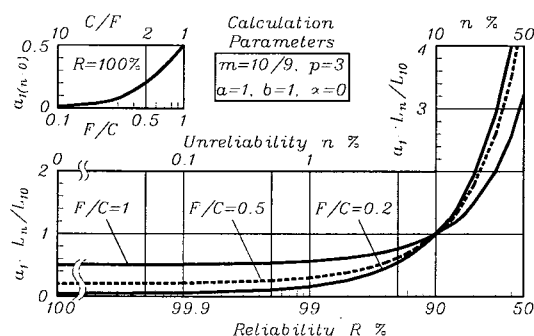


Fig.16 Reliability factor  $a_1$  vs.  $R$  in case where  $\gamma = F/C$

非線形化し、P-F-L カーブを若干非線形化する。

- (6) 疲れ限度荷重  $F_f$  の存在は、尺度パラメータから  $F_f$  に対応するパラメータ  $\eta_f$  を差し引いた分布関数になり、結果として 4 パラメータワイブル分布となる。その結果、確率密度関数の尺度を著しく変化させ、ワイブル確率紙上で分布関数  $F(L)$  を寿命値が増大する側に平行移動させ、両対数紙上で P-F-L カーブを著しく非線形にする。また、疲れ限度荷重  $F_f$  は、P-F-L カーブから推定され、ワイブル解析からは推定されないため、寿命式に対する  $F_f$  の導入は、転がり軸受の材料静強度向上による定格荷重修正係数  $b_m$  からの寿命延長効果との区別ができなくなる。
- (7) 転がり機械要素の寿命分布をワイブル確率紙と対数確率紙にプロットして 2 パラメータと 3 パラメータワイブルおよび対数正規分布でそれぞれパラメータ推定し、ワイブルは対数確率紙に對数正規はワイブル確率紙に理論回帰線を描いて実験データに対する適合性を調べた結果、3 パラメータワイブル分布が最も実験データに適合し、次いで対数正規分布、2 パラメータワイブル分布であり、2 パラメータワイブル分布は分布の性格上きわめて問題があることがわかった。
- (8) 現時点では材料硬度がきわめて高い転がり機械要素の寿命分布に対して最小寿命は存在しても、疲れ限度は存在しないといえそうである。
- (9) 信頼度係数は、 $F/C$  の関数で表現され、破損確率が零から全破損確率領域に渡って連続関数で与えられる。

文 献

- 1) Shimizu, S., Takizawa, H., Sharma, C.S. and Koshiishi, H.: Study on Tribological Aspects of Linear Motion Ball Guide System—Rolling contact Fatigue Life Distribution, Proceeding of International Tribology Conference, 3, Kimura, Y., ed., JAST, Yokohama (1996) 1369-1374.
- 2) Shimizu, S., Saito, A., Sharma, C.S. and Taki, Y.: Tribological Studies of Linear Motion Ball Guide Systems, STLE, Trib. Transactions, Vol. 41(1998), 1, 49-59.
- 3) 清水茂夫：直動転がり案内要素の動負荷容量，廣済堂印刷，付録 2-13.
- 4) 統計的疲労試験方法基準作成分科会：日本機械学会基準，統計的疲労試験方法，JSME S 002 (1981) p7.
- 5) 清水茂夫：転がり機械要素の寿命分布と S-N カーブ，トライボロジスト，4, 9 (1999) 693-699.
- 6) 科学技術庁金属材料技術研究所：機械構造用炭素鋼 S45C (0.45C)の疲れ特性データシート，NRIM fatigue data sheet No. 3 (1978) p12.
- 7) Timoshenko, S.P., 最上武雄監訳，川口昌宏訳：材料力学史，鹿島出版会(1974) p152.
- 8) Weibull, W.: A statistical theory of the strength of materials, IVA Handlingar Nr. 151 (1939).
- 9) Miner, M.A.: Cumulative damage in fatigue, J. Appl. Mechanics, 12(3), A-159 (1945).
- 10) Palmgren, A.: Life of Ball Bearings, Z.V.D., 339 (1924).
- 11) ASM handbook, Volume 19, Fatigue and fracture (1996) p239.
- 12) Duggand T. A. and Byrne J.: Fatigue as a design criterion, The Macmillan press LTD, London and Basingstoke, (1977) p22.
- 13) Lundberg, G. and Palmgren, A.: Dynamic capacity of rolling bearings, IVA Handlingar, Nr. 196 (1947).
- 14) Lundberg, G. and Palmgren, A.: Dynamic capacity of roller bearings, IVA Handlingar, Nr. 210 (1952).
- 15) Tallian, T.: Weibull distribution of rolling contact fatigue life and deviation therefrom, ASLE Trans., 5 (1962) 183-197.
- 16) 清水茂夫，井澤實：転動疲れ寿命の分布に関する一考察，潤滑，26, 4(1981) 254-260.
- 17) Ioanides, E. and Harris, T.A.: A new fatigue life model for rolling bearings, Trans. of the ASME, J. of Tribology, 107, July (1985) 367-378.
- 18) ISO 281: 1990/Amd. 2: 2000(E), Life modification factor  $a_{XYZ}$ .
- 19) SKF, General catalogue (1988).
- 20) Shimizu, S. : Fatigue limit Concept and Life Prediction Model for Rolling Contact Machine Elements, STLE, Trib. Trans., Vol. 45(2002), 1, 39-46.
- 21) Abernethy, R. B.: The new Weibull handbook, 2nd Ed., p1-9 and p3-8.
- 22) 清水茂夫：ボールスプラインの寿命に関する研究，精密機械，50, 12(1984)1902-1906.
- 23) Snare, B.: The Ball Bearing Journal (SKF), 162 (1970) 3.
- 24) 岡本純三，吉岡武雄，他 4：ころがり軸受の最短寿命に関する実験的研究，潤滑，22, 5 (1977) 307-314.